

ЛІТЕРАТУРА

1. Инструкция о построении государственной геодезической сети СССР М.: Недра, 1996,- 340 с.
2. Положения по земельно-кадастровій інвентаризації земель населених пунктів. Київ, 1997,- 14 с.
3. Літнароч Р.М. Дослідження точності геодезичних робіт для забезпечення облікової одиниці площі при інвентаризації Земель. Навчальний посібник з курсу “Методи наукових досліджень”. Частина I. УДАВГ, м. Рівне, 1998,- 14 с.
4. Літнароч Р.М. Методи наукових досліджень. Навчальний практикум для студентів земле впорядженого профілю. Частина I. УДАВГ, м. Рівне, 1998,- 36 с.
5. Літнароч Р.М. Методи наукових досліджень. Навчальний практикум для студентів земле впорядженого профілю. Частина II. УДАВГ, м. Рівне,- 28с.
6. Літнароч Р.М. Методи наукових досліджень. Навчальний практикум для студентів земле впорядженого профілю. Частина III. УДАВГ, м. Рівне, 1998,-24с.

Автор: Літнароч Руслан Миколайович к. т. н., доцент.

Комп'ютерний набір і редагування тексту у видавничому редакторі Word for Windows Останін Олександр Сергійович

ЧЕРНІГІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ІНСТИТУТ ЕКОНОМІКИ І УПРАВЛІННЯ

М. Чернігів

вул. Стрілецька, 1

[URL:www.geci.cn.ua](http://www.geci.cn.ua)

E-mail:rector@geci.cn.ua

Тел.: (0462) 179-308

(04622) 5-61-70

(04622) 5-66-97

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Чернігівський державний інститут економіки і управління

Р. М. Літнароч

Проект і дослідження геодезичної основи обласного центру лінійно-кутовим методом несуцільних спостережень статистичними випробуваннями Монте Карло

Навчальний посібник

З курсу “Основні геодезичні роботи”

Частина V

Чернігів 2001

УДК 378.147.31

Літнарівч Р.М. Проект і дослідження геодезичної основи обласного центру лінійно-кутовим методом несучільних спостережень статистичними випробуваннями Монте Карло. Навчальний посібник з курсу “Основні геодезичні роботи” частина V Чернігів, ЧДІЕіУ, 2001,- 32с.

Затверджено на засіданні Вченої ради ЧДІЕіУ,
протокол №6 від 27.06.01

Рецензенти: Боровий В.О., док. техн. наук, професор
Войтенко С.П., док. техн. наук, професор
Канівець В.І., док. с-г. наук, професор

Розроблено проект геодезичної основи , створюваний лінійно-кутовим методом несучільних спостережень у вигляді центральної системи із 9 пунктів з точністю визначення координатних пунктів 1,75 мм.

The project of geodesic basis, created the arcwise angular method of uncontinuous supervisions as a central system from 9 points with exactness of determination of co-ordinate points 1,75 mm., is developed

Зміст

Вступ.	3
1. Постановка проблеми досліджень.	4
2. Умовні рівняння	6
3. Зрівноваження мережі	11
4. Оцінка точності. Порівняльний аналіз	19
5. Розробка технології знімання контурів для забезпечення облікової одиниці площі.....	20
Висновки.	29
Література.	32

8. Приведений контрольний розрахунок площі на прикладі зовнішнього полігона тріангуляції з контролем (це не вся площа території, а лише її частина).

9. Проект базується на основі існуючих високоточних світловіддалемірів швейцарської фірми Leica і високоточних теодалітів TO5.

10. Примінення методу GPS може бути альтернативним варіантом, якщо забезпечить точність пунктів 1-2 мм, поєднання методів можливе, якщо GPS забезпечить на порядок вищу точність, тобто 0,1-0,2 мм.

Вступ

Для забезпечення облікової одиниці площі землекористувачів необхідно обчислити одиницю площі 1 м^2 .

Як було показано у попередніх випусках посібника, державні геодезичні мережі не забезпечують необхідної точності облікової площі. Точність пунктів таких мереж 5 см, а для забезпечення облікової одиниці площі необхідно, щоб точність пунктів геодезичної опори була на порядок вища і складала 3-5 мм.

У другій частині посібника був розглянутий проект тріангуляції, який забезпечував дану точність.

Третя частина посібника була присвячена методу несучіх спостережень тріангуляції, який, також забезпечував вирішення даної проблеми.

У четвертій частині посібника розглядався проект трилатерації.

П'ята частина посібника присвячена лінійно-кутовому методу несучіх спостережень, яким також можна вирішити дану проблему.

Система пунктів утворює центральну систему. Передбачено вимірювання 5 радіальних сторін світловіддалеміром Di-2002 швейцарської фірми Leica, який вагою 1.1 кг при часі вимірювання однієї віддалі за 3.5 сек і температурному діапазоні $\pm 50^{\circ}\text{C}$ забезпечує до 7 км точність вимірювання сторони $1\text{мм} + 1\text{мм на } 1\text{ км ходу}$.

Кути в даній мережі вимірюються теодолітом Т 05 по спеціальній програмі, забезпечуючи точність $0.4''$, як у полігонометрії 1 класу.

1. Постановка проблеми дослідження.

На дахах висотних будинків запроектовано ряд пунктів опорної геодезичної мережі. Опорними геодезичними пунктами І, Д прийняті шпилі соборів. За пункт F, також, взяті конструктивні елементи капітальної споруди. Ці пункти недоступні для встановлення на них теодоліта або світловіддалеміра чи відбивача. Але вони добре видимі для спостереження на них.

Приймаючи до уваги, що сучасні світловіддалеміри можуть забезпечити точність вимірювання сторін в $1 \text{ мм} + 1 \text{ мм}$ на 1 км , запроектовано вимірювання сторін, показаних на рис. 1 подвійними лініями. При цьому генерується істина похибка вимірювання при лежачими кутами. Суцільна лінія, яка переходить у пунктирну означає одностороннє спостереження мий напрямком.

Таким чином, у даній центральній системі виникає два умовні рівняння фігур, два умовні рівняння сторони у цих же трикутниках, три умовні рівняння чотирикутників і одне умовне рівняння горизонту.

Вимірювання кутів генеруються істиною похибкою $0.4''$, що відповідає регламентованій інструкцією точності вимірювання кутів у полігонометрії 1 класу.

ВИСНОВКИ

1. Розроблено проект геодезичної основи, створений лінійно-кутовим методом несучільних спостережень у вигляді центральної системи із 9 пунктів з точністю визначення координатних пунктів $1,75 \text{ мм}$.
2. Розроблено технологію знімання контурів місцевості землекористувачів з забезпеченням облікової одиниці площі 1 м^2 .
3. Отримані формули, які дають можливість в залежності від прийнятої облікової одиниці площі розрахувати максимальну віддаль г віддаленості відбивача від електронного тахометра, який встановлено на пункті згущення геодезичної опори.
4. Отримана строга і наближена формули визначення середньої квадратичної похибки площі, яку розраховують аналітичним способом по координатам вершин полігону.
5. Встановлено, що віддаленість відбивача від електронного тахометра не повинна перевищувати 30 м при віддаленості пункту згущення на 1 км від опорного геодезичного пункту і $69,4 \text{ м}$, при віддаленості пункту згущення на 100 м від опорного геодезичного пункту.
6. В даному проекті передбачається точність визначення площ, обмеженої радіальними пунктами центральної системи 11 і 26 кв. м . при відносній похибці $1:1800000$.
7. Розроблена програма для програмованих мікрокалькуляторів МК61, МК52 по визначенню площі з контролем і оцінкою точності за координатами вершин полігону.

Задаючись середньою квадратичною похибкою визначення облікової одиниці площі для обласного міста $m_F = 1 \text{ м}^2$. Знайдемо, на яку віддаль r від пункту згущення можна віддалятися при відомій $m_{x,y} = m_R$. При цьому ми пропонуємо слідуєчу технологію знімання контурів.

З пункту геодезичної основи на віддалі R закріплюється пункт згущення геодезичної опори, з якого на віддалі r знімаються контури місцевості. При цьому

$$r \leq \frac{1 \text{ м}^2}{2\pi \cdot m_{x,y}} \quad (5.16)$$

Таблиця №11. Результати розрахунку $m_{x,y}$ і при заданому R , $m_d = 1 \text{ мм}$, $m = 1''$ і $m_r = 2 \text{ мм}$.

$R(\text{м})$	100	200	300	400	500	900	1000
$m_{x,y}$ (мм)	2,29	2,41	2,67	2,96	3,30	4,90	5,33
$r(\text{м})$	69,4	65,2	59,6	53,8	48,2	32,5	29,9

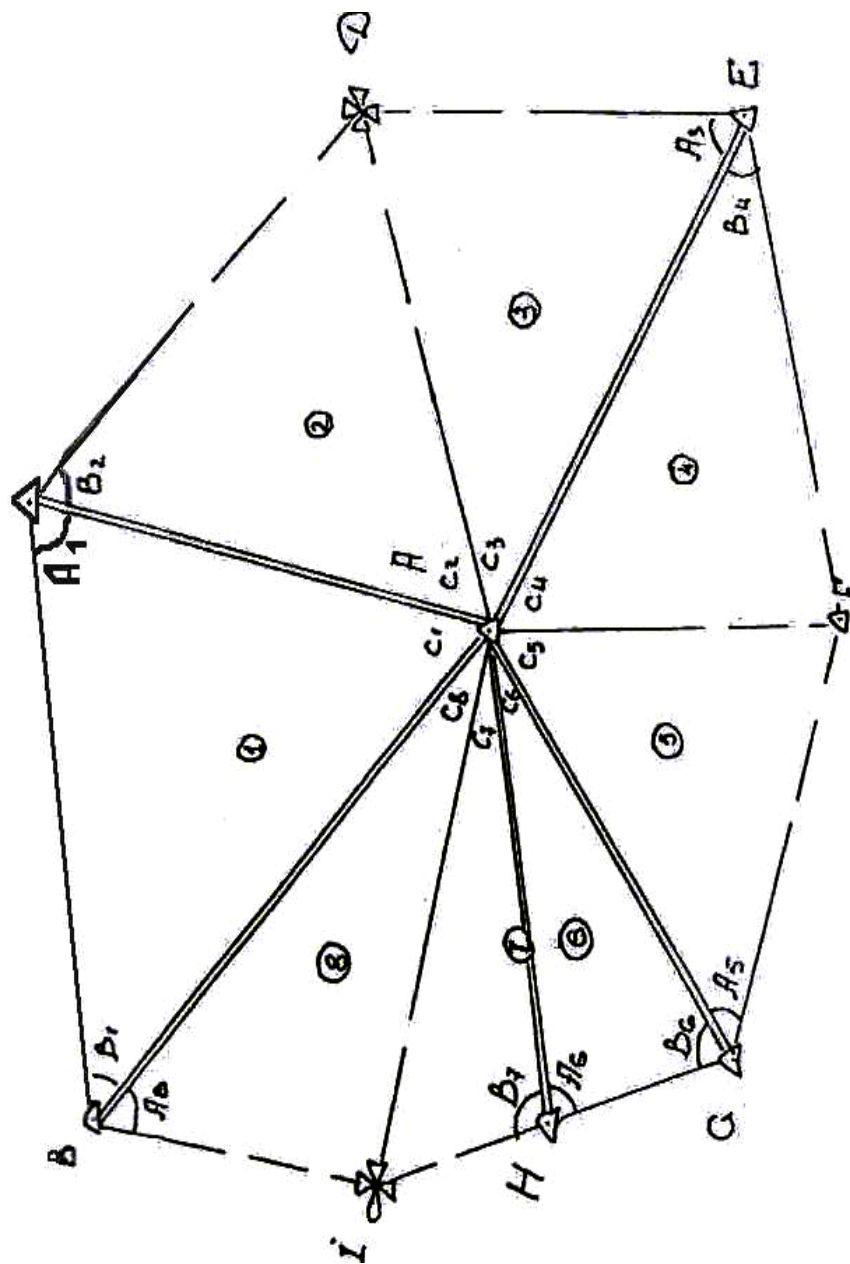


Рис. 1. Проект спеціальної лінійно-кутової мережі несучільних спостережень для забезпечення облікової одиниці площі 1 кв. м.

2. Умовні рівняння

В запроєктованій центральній системі виникає два умовні рівняння фігур

$$(A_1) + (B_1) + (C_1) + W_1 = 0 \quad (2.1)$$

$$(A_6) + (B_6) + (C_6) + W_2 = 0 \quad (2.2)$$

де

$(A_i), (B_i), (C_i)$ – поправки у відповідні кути;

$$W_i = A_i + B_i + C_i - 180^0 \quad (2.3)$$

Два умовні рівняння сторін, які отримаємо на основі теореми синусів

$$\frac{BC}{\sin C_1} = \frac{AB}{\sin A_1} = \frac{AC}{\sin B_1} \quad (2.4)$$

$$\text{звідки } AC = AB \frac{\sin B_1}{\sin A_1}, \quad (2.5)$$

$$\text{по аналогії } AH = AG \frac{\sin B_6}{\sin A_6}. \quad (2.6)$$

Логарифмуючи (2.7), будемо мати

$$\ln AC = \ln AB + \ln \sin B_1 - \ln \sin A_1 \quad (2.7)$$

Диференціюючи (2.7), будемо мати

$$\frac{AC}{AC} = \frac{dAB}{AB} + \frac{\cos B_1}{\cos B_1} \cdot \frac{dB_1}{\rho} - \frac{\cos A_1}{\sin A_1} \cdot \frac{dA_1}{\rho} \quad (2.8)$$

переходячи до поправок, представимо формулу (2.8) у вигляді

$$\text{ctg} B_1 \frac{(B_1)}{\rho} - \text{ctg} A_1 \frac{(A_1)}{\rho} + \frac{(AB)}{AB} - \frac{(AC)}{AC} = 0, \quad (2.8)$$

По строгій формулі отримали $11,26 \text{ м}^2$. Похибка в $0,38 \text{ м}^2$ складає $3,37\%$, що дає можливість рекомендувати спрощену формулу для попереднього розрахунку на стадії проектування мереж.

Знайдемо за формулою визначення точності контурної точки полярною засічкою з пунктів запроєктованої мережі.

$$m_{x,y} = \sqrt{m_d^2 + \frac{m_\beta^2}{\rho} d^2 + m_r^2}, \quad (5.12)$$

де m_d – середня квадратична похибка вимірювання віддалі (прийmemo $m_d = 1 \text{ мм}$)

m_β – середня квадратична похибка вимірювання кутів (прийmemo $m_\beta = 1''$)

m_r – точність опорного пункту (у нас $m_r = 2 \text{ мм}$)

ρ – число секунд в одному радіані.

В нашому випадку

$$m_{x,y} = \sqrt{1 + 4 + \frac{1}{206265^2} d^2}, \quad (5.13)$$

З геодезичного пункту контурні точки визначаються по колу на віддалі d , яка дорівнює полярному радіусу R . При цьому площа кола

$$F = \pi \cdot R^2. \quad (5.14)$$

Диференціюючи (5.14) і переходячи до середніх квадратичних похибок, отримаємо

$$m_F = 2\pi \cdot R \cdot m_R. \quad (5.15)$$

Програма реалізована на мікрокалькуляторах Електроніка МК-61 і МК-52

Для квадрату зрівноваженому по координатним осям, запишемо

$$\Delta Y = x = d \text{ і } n = 4$$

де Y - прирости координат, d - сторона квадрату,

Тоді

$$m_F = 0.5m_d \sqrt{8d^2}. \quad (5.8)$$

В загальному випадку для незорієнтованого квадрату

$$m_F = 0.5m_{x,y} \sqrt{16d^2}, \quad (5.9)$$

або

$$m_F = 0.5 \cdot 2d \cdot m_{x,y}, \quad (5.10)$$

Поширюючи дану формулу в загальному випадку на багатокутник з n сторонами, отримаємо

$$m_F = 0.5dm_{x,y} \sqrt{4n},$$

або

$$m_F = d \cdot m_{x,y} \sqrt{n}, \quad (5.11)$$

де n - число сторін полігону;

$m_{x,y}$ - середня квадратична похибка координат вершин ділянки землекористування.

У нашому випадку при середній довжині сторони $d = 2198,8711$ м і середній квадратичній похибці визначення координат пунктів $m_{x,y} = 0,00175$ м при 8 пунктах полігону по зовнішньому контуру, отримаємо

$$m_F = 2198,8711 \cdot 0,00175 \sqrt{8} = 10,88 \text{ м}^2.$$

Приймаючи, що вихідна сторона відома на порядок вищою точністю, тому що при розрахунку сторони AC додатково впливають похибки

$$\text{вимірювання кутів, тобто } (AB)/AB=0, \text{ і } \frac{(AC)}{AC} = \frac{AC - AC'}{AC}, \quad (2.9)$$

де AC – вимірювана довжина сторони; AC' – вирахувана довжина сторони, умовне рівняння набуде вигляду

$$\frac{10^6}{\rho} [\text{ctg}B_1 - \text{ctg}A_1] + \frac{10^6}{AC} (AC' - AC) = 0, \quad (2.10)$$

$$\text{або } \frac{10^6}{\rho} [\text{ctg}B_1 - \text{ctg}A_1] + W_3 = 0 \quad (2.11)$$

І по аналогії

$$\frac{10^6}{\rho} [\text{ctg}B_6 - \text{ctg}A_6] + W_4 = 0. \quad (2.12)$$

На основі вищі приведенного запишемо три умовні рівняння чотирикутника

$$\frac{10^6}{\rho} \{[\text{ctg}B_2 - \text{ctg}A_2] + [\text{ctg}B_3 - \text{ctg}A_3]\} + \frac{(AE' - AE)10^6}{AE} = 0, \quad (2.13)$$

або

$$AE \frac{10^6}{\rho} \{[\text{ctg}B_2 - \text{ctg}A_2] + [\text{ctg}B_3 - \text{ctg}A_3]\} + (AE' - AE)10^6 = 0, \quad (2.14)$$

і

$$AE \frac{10^6}{\rho} \{[\text{ctg}B_2 - \text{ctg}A_2] + [\text{ctg}B_3 - \text{ctg}A_3]\} + W_5 = 0, \quad (2.15)$$

По аналогії

$$AG \frac{10^6}{\rho} \{[\text{ctg}B_4 - \text{ctg}A_4] + [\text{ctg}B_5 - \text{ctg}A_5]\} + W_6 = 0, \quad (2.16)$$

$$AE \frac{10^6}{\rho} \{[\text{ctg}B_7 - \text{ctg}A_7] + [\text{ctg}B_8 - \text{ctg}A_8]\} + W_7 = 0. \quad (2.17)$$

Восьмим умовним рівнянням у даній мережі буде умовне рівняння горизонту

$$(C_1) + (C_2) + (C_3) + (C_4) + (C_5) + (C_6) + (C_7) + (C_8) + W_8 = 0 \quad (2.18)$$

Таблиця №1. Знаходження вільного члену умовного рівняння горизонту

Назви кутів	Значення
C ₁	50 ⁰⁰ '00,12''
C ₂	75 ⁰⁰ '00,24''
C ₃	42 ⁰⁵⁹ '59,96''
C ₄	44 ⁰⁰ '00,16''
C ₅	32 ⁰⁵⁹ '59,86''
C ₆	27 ⁰⁰ '00,03''
C ₇	32 ⁰⁰ '00,16''
C ₈	59 ⁰⁵⁹ '59,96''
C _i	360 ⁰⁰ '00,49''
W ₈ = Σ C _i - 360 ⁰	+0,49''

В подальшому приймемо умову

$$\frac{m_\beta}{\rho} = \frac{m_y}{s} \quad (2.19)$$

В нашому випадку

$$\frac{0,4}{206265} = \frac{4\text{мм}}{2000000\text{мм}} = \frac{1}{500000}$$

У тому випадку, коли є один невимірний кут у трикутнику, коефіцієнти готових рівнянь розраховуються на основі слідуєчої теореми.

Протокол №2. Розрахунок площі полігону. (Продовження)

№ п/п	Введення даних	Результат	позначення
75		3033,713С/П	X _F -X _A
76		39073944С/П	Y _G (X _F -X _H)
77		-829,286С/П	Y _H -Y _E
78			X _G (X _F -X _H)
79	0,003 С/П		Δ Y _H
80	-0,001 С/П	6	Δ Y _F
81	0,003 С/П		Δ X _G
82	7158,307 С/П		X _H
83	11916,750 С/П		Y _H
84	7373,306 С/П		X _i
85	10091,728 С/П		Y _i
86	8403,644 С/П		X _G
87	12879,908 С/П		Y _G
88		1030,338 С/П	X _G -X _i
89		12278280 С/П	Y _H (X _G -X _i)
90		-2788,18 С/П	Y _i -Y _G
91		-19958648 С/П	X _H (Y _i -Y _G)
92	0,002 С/П		Δ Y _i
93	-0,001 С/П		Δ Y _G
94	0,001 С/П	6	Δ X _H
95	7373,306 С/П		X _i
96	10091,728 С/П		Y _i
97	1128295,424 С/П		X _B
98	7653,853 С/П		Y _B
99	7158,307 С/П		X _H
100	11916,750 С/П		Y _H
101		1137,117 С/П	X _H -X _B
102		-11475475 С/П	Y _i (X _H -X _B)
103		-4262,897 С/П	Y _B -Y _H
104		-31431644 С/П	X _i (Y _B -Y _H)
105	0,002 С/П		Δ Y _B
106	0,003 С/П		Δ Y _H
107	-0,001 С/П		Δ X _i
108		40419595 С/П	2F ₁
109		40419595 С/П	2F ₁
110		20209797 С/П	F _{ср} м.кв.
111		-11,2577 С/П	Δ F м.кв

Протокол №2. Розрахунок площі полігону. (Продовження)

№ п/п	Введення даних	Результат	позначення
38		4328,519С/П	Ye-Yc
39		51811935С/П	Xd(Ye-Yc)
40	0 С/П		Δ Ye
41	-0,001 С/П		Δ Yc
42	-0,002 С/П	6	Δ Xd
43	11563,908 С/П		Xe
44	11408,150 С/П		Ye
45	10192,020 С/П		X _F
46	12746,036 С/П		Y _F
47	11969,899 С/П		X _d
48	9965,617 С/П		Y _d
49		1777,879 С/П	X _D -X _F
50		20282310 С/П	Y _t (X _D -X _F)
51		2780,419 С/П	Y _F -Y _D
52		32152509 С/П	X _E (Y _F -Y _D)
53	0,002 С/П		Δ Y _F
54	0,002 С/П		Δ Y _D
55	-0,001 С/П	6	Δ X _E
56	10192,020 С/П		X _F
57	12746,036 С/П		Y _F
58	8403,644 С/П		X _G
59	12879,908 С/П		Y _G
60	11563,908 С/П		X _e
61	11408,150 С/П		Y _e
62		3160,264 С/П	X _E -X _G
63		40280838 С/П	X _F (X _E -X _G)
64		1471,758 С/П	Y _G -Y _E
65		15000186 С/П	X _F (Y _G -Y _E)
66	-0,001 С/П		Δ Y _G
67	0,002 С/П		Δ Y _E
68	-0,002 С/П	6	Δ Y _F
69	8403,644 С/П		X _G
70	12879,908 С/П		Y _G
71	7158,307 С/П		X _H
72	11916,750 С/П		Y _H
73	10192,020 С/П		X _F
74	12746,036 С/П		Y _F

ТЕОРЕМА. Якщо в трикутнику є один невимірний кут, то коефіцієнти повних рівнянь біля поправок у цей кут вводяться у коефіцієнти двох інших правок у виміряні кути з оберненим знаком.

Доказом цієї теореми буде виконання контрольних умов при строгому повноваженні мережі.

На основі вищеприведеного умовні рівняння фігур

$$(A_4) + (B_4) + (C_4) + 0,12 = 0 \quad (2.20)$$

$$(A_6) + (B_6) + (C_6) + 0,43 = 0 \quad (2.21)$$

Умовне рівняння горизонту

$$(C_1) + (C_2) + (C_3) + (C_4) + (C_5) + (C_6) + (C_7) + (C_8) + 0,49 = 0 \quad (2.22)$$

Умовні рівняння сторін:

у трикутнику 1

$$-2,500(A_1) + 2,030(B_1) + 0,300 = 0, \quad (2.23)$$

у чотирикутнику АСДЕ

$$-1,985(A_2) + 6,368(B_2) - 2,394(A_3) + 1,456(B_3) - 2,000 = 0$$

або з врахуванням невимірних кутів A_2 і B_3 , на основі приведеної теореми

$$1,986(C_2) + [1,936 + 6,368](B_2) + [-2,394 - 1,456](A_3) - 1,456(C_3) - 2,000 = 0,$$

$$1,986(C_2) + 8,354(B_2) - 3,850(A_3) - 1,456(C_3) - 2,000 = 0. \quad (2.24)$$

для чотирикутника АЕFG, будемо мати

$$4,109(A_4) + 0,315(B_4) - 3,182(A_5) - 0,024(B_5) + 0,300 = 0,$$

з врахуванням невимірних кутів A_4 і B_5

$$4,109(A_4) + [4,109 + 0,315](B_4) + [3,182 + 0,024](A_5) + 0,024(C_5) + 0,300 = 0,$$

або

$$4,109(A_4) + 4,124(B_4) - 3,158(A_5) + 0,024(C_5) + 0,300 = 0, \quad (2.25)$$

для чотирикутника АВІН запишемо

Таблиця №2. Коефіцієнти умовних рівнянь.

Назви поправок	Фігур, горизонту і сторін								V _β ^{//}
	i Δ a	p 6Δ b	y, c	1 Δ(d) d	(2+3)Δ e	(4+5) Δ f	6 Δ g	(7+8) Δ h	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
(A ₁)	1			-2.500					+0.05''
(C ₁)	1		+1						-0.09
(B ₁)	1			+2,030					-0,08
									Σ - 0.12
(A ₂)	//	//	//	///	///	///	///	///	///
(C ₂)			+1		+1.986				-0.02
(B ₂)					+8.354				+0.19
(A ₃)					-3.850				-0.09
(C ₃)			+1		-1.456				-0.10
(B ₃)	//	//	//	///	///	///	///	///	///
(A ₄)	//	//	//	///	///	///	///	///	///
(C ₄)			+1			+4.109			-0.07
(B ₄)						+4.424			-0.001
(A ₅)						-3.158			-0.0008
(C ₅)			+1			+0.024			-0.07
(B ₅)	//	//	//	///	///	///	///	///	///
(A ₆)		1					-1.602		-0.81
(C ₆)		1	+1						-0.04
(B ₆)		1					+0.744		+0.42
									Σ - 0.43

Протокол №2. Розрахунок площі полігону.

№ п/п	Введення даних	Результат	позначення
1	В/о С/П		
2	7158,307С/П		X _{min} =X _n
3	8 С/П		N пункт
4	8295,424 С/П		X _B
5	7653,853С/П		Y _B
6	10728,129 С/П		X _c
7	7079,631 С/П		Y _c
8	7373,306 С/П		X _i
9	10091,728 С/П		Y _i
10		-3354,825С/П	X _i -X _C
11		-25677332С/П	Y _B (X _i -X _C)
12		-3012,097 С/П	(Y _C -Y _i)
13		-24986622С/П	X _B (Y _C -Y _i)
14	0,001/-/ С/П		Δ Y _c
15	0,002 С/П		Δ Y _i
16	0,001 С/П	6	Δ X _B
17	10728,129 С/П		X _c
18	7079,631 С/П		Y _c
19	11969,889 С/П		X _d
20	9965,617 С/П		Y _d
21	8295,424		X _B
22	7653,853 С/П		Y _B
23		-3674,475 С/П	X _B -X _d
24		-26013927С/П	Y _c (X _B -X _d)
25		2311,764 С/П	Y _d -Y _B
26		24800902 С/П	X _c (Y _d -Y _B)
27	0,002 С/П		Δ Y _D
28	0,002 С/П		Δ Y _B
29	-0,001 С/П	6	Δ Y _C
30	11969,899 С/П		X _d
31	9965,617 С/П		Y _d
32	11563,908 С/П		X _e
33	11408,150 С/П		Y _e
34	10728,129 С/П		X _c
35	7079,63 С/П		Y _c
36		-835,779 С/П	X _c -X _E
37		-8329053,4С/П	Y _D (X _c -X _E)

Програма №2. Визначення площ по координатам вершин полігону з оцінкою точності

Фпрг	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
00	C _x	ХПЗ	ХПС	ХПd	С/П	ХП5	С/П	ХП1	ПХ1	5
10	ХП4	6	ХПО	С/П	КХП4	FL0	13	ПХ1	ПХа	ПХ8
20	-	С/П	ПХ7	Х	С/П	ПХС	+	ХПС	ПХ9	ПХb
30	-	ХПе	С/П	ПХ6	Х	С/П	ПХd	+	ХПd	ПХ6
40	ПХ5	-	С/П	С/П	-	Х	С/П	ПХe	Х	+
50	ПХ3	+	ХПЗ	FL1	08	ПХС	С/П	ПХd	С/П	+
60	4	:	ХП4	С/П	ПХ3	2	:	ХП5	С/П	С/П
70	Х	4	:	С/П	ПХ5	ПХ4	:	F1/x	С/П	F
80	АВТ									

Продовження таблиці №2. Коефіцієнти умовних рівнянь.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
(A ₇)	//	//	//	///	///	///	///	///	///
(C ₇)			+1					-0.743	-0.07
(B ₇)								+3.430	-0.06
(A ₈)								-5.212	+0.09
(C ₈)			+1					-2.030	-0.03
(B ₈)	//	//	//	///	///	///	///	///	///
W	+0.12''	+0.43''	+0.49''	+0.300	-0.200	+0.300	-1.600	+0.600	ΣC _i = -0.49

$$0,743(A_7) + 4,173(B_7) - 3,182(A_8) + 2,03(B_8) + 0,600 = 0,$$

З врахуванням невимірних кутів (A₇), (B₈), отримаємо

$$0,743(C_7) + [4,173-0,743](B_7) + [-3,182 - 2,030](A_8) - 2,030(C_8) + 0,600 = 0,$$

або

$$0,743(C_7) + 3,430(B_7) - 5,212(A_8) - 2,03(C_8) + 0,600 = 0. \quad (2.26)$$

Умовне рівняння сторони для 6 трикутника буде

$$0,602(A_6) + 0,744(B_6) - 1,600 = 0 \quad (2.27)$$

В подальшому постає задача сумісного рішення системи із 8 умовних рівнянь.

3. Зрівноваження мережі

Таблиця №3 Істинна і сплворена моделі.

№ трик.	Назви кутів	Істинні значення $\angle_{\text{Клмн}}$	Істинні похибки	Вимірні кути	Істинні значення $\angle_{\text{сплв}}$	Істинні похибки	Вимірні сторони	SIN	δ	Сторони
1	\angle A ₁ B ₁ C ₁	62°43'08,121" 50°00'00,000" 67°16'51,878"	-0.30 +0.12 +0.30 +0.12	62°43'07,82" 50°00'00,12" 67°16'52,18" 180°00'00,12"	2900,0000 3009,7716 3009,7716	-2,7 +0,3 +0,3	2899,9973 3009,7719 3009,7719	0,88876797 0,76604486 0,92241115 V=-0,066"	-2.500 +2.030 -1.986 +6.368	2899.9973 2499.5590 3009.7729 3009.7729
2	\angle A ₂ C ₂ B ₂	75°00'00,000" 37°16'51,878"	+0.24 -0.34	67°43'08,22" 75°00'00,24" 37°16'51,54" 180°00'00,00"	3009,7716	+0.3	3009,7719	0,92533521 0,96592615 0,60572433	-1.986 +6.368	3009.7719 3141.7991 1970.1934
3	\angle A ₃ C ₃ B ₃	63°43'08,121" 43°00'00,000"	-0.01 -0.04	63°43'08,11" 42°59'59,96" 73°16'51,93" 180°00'00,00"	2104,4467	-0.6	2104,4461	0,89663271 0,68199816 0,95772761 V=+0,164"	-2.394 +1.456	1970.1964 1498.5736 2104.4413 2104.4461
4	\angle A ₄ C ₄ B ₄	44°00'00,000" 86°16'51,878"	+0.16 +0.03	49°43'07,93" 44°00'00,16" 86°16'51,91" 180°00'00,00"	2104,4467	-0.6	2104,4461	0,7628813 0,69465892 0,99789432	-4.109 +0.315	2104.4461 1916.2512 2752.7411
5	\angle A ₅ C ₅ B ₅	56°43'08,121" 33°00'00,000"	+0.38 -0.14	56°43'08,50" 32°59'59,86" 90°16'51,64" 180°00'00,00"	3292,7559	-3.6	3293,7523	0,83598965 0,54463845 0,99998797 V=-0,04"	-3.182 -2.024	2752.7411 1793.3816 3292.7534 3292.7523
6	\angle A ₆ C ₆ B ₆	71°43'08,121" 27°00'00,000" 81°16'51,878"	+0.35 0.03 +0.05 +0.43	71°43'08,47" 27°00'00,03" 81°16'51,93" 180°00'00,43"	3292,7559 3427,7036	-3.6 +0.1	3292,7523 3427,7037	0,94952963 0,45399059 0,98844392 V=+0,682"	-1.602 +0.744	3292.7523 1574.3363 3427.6931 3427.7037
7	\angle A ₇ C ₇ B ₇	32°00'00,000" 49°16'51,878"	+0.16 +0.19	98°43'07,77" 32°00'00,16" 49°16'52,07" 180°00'00,00"	3427,7036	+0.1	3427,7037	0,98844414 0,52991988 0,75791952	+0.743 +4.173	3427.7037 1837.6437 2628.2967
8	\angle A ₈ C ₈ B ₈	56°43'08,121" 56°00'00,000"	+0.13 -0.04	56°43'08,25" 55°59'59,96" 67°16'51,79" 180°00'00,00"	2900,0000	-2.7	2899,9973	0,83598900 0,82903749 0,92241045 V=-0,069"	-3.182 +2.030	2628.2957 2606.4465 2899.9941 2899.9973

Переходячи до середніх квадратичних похибок, будемо мати

$$m_F = 0.5 \sqrt{\sum_{i=1}^n [m_{x_i}^2 (Y_i - Y_{i-1})^2 + X_i^2 (m_{Y_{i+1}}^2 + m_{Y_{i-1}}^2)]}. \quad (5.3)$$

Формула (5.3) і буде строгою формулою для розрахунку середньої квадратичної похибки визначення площ.

Вважаючи середні квадратичні похибки визначення координат однаковими, тобто

$$m_{x_i} = m_{y_i} = m_{y_{i-1}} = m_{x_{i+1}},$$

Формулу (5.3) представимо у вигляді

$$m_F = 0.5 m_{xy} \sqrt{\sum_{i=1}^n [(Y_i - Y_{i-1})^2 + 2X_i^2]}. \quad (5.4)$$

Для того, щоб великі значення абсцис X_i не впливали на точність визначення площ, представимо формулу (5.4) у вигляді

$$m_F = 0.5 m_{xy} \sqrt{\sum_{i=1}^n [(Y_{i+1} - Y_{i-1})^2 + 2(X_i - X_{\min})^2]}, \quad (5.5)$$

де X_{\min} – найменша абсциса полігону.

Приймаючи до уваги, що нам відомі істинні похибки визначення координат пунктів X_i , Y_i , представимо робочу формулу визначення похибки площі ділянки

$$m_F = 0.5 m_{xy} \sum_{i=1}^n [X_i (Y_{i+1} - Y_{i-1}) + (X_i - X_{\min})(Y_{i+1} - Y_{i-1})], \quad (5.6)$$

По формулам (5.1), (5.6) складена програма для визначення площі по координатам пунктів з оцінкою точності результатів. Контрольна формула визначення площ має вигляд

$$F = 0.5 \sum_{i=1}^n Y_i (Y_{i-1} - Y_{i+1}). \quad (5.7)$$

Середня квадратична похибка визначення дирекцій них кутів

$$m_L = \sqrt{\frac{[\Delta\alpha^2]}{n}} = \sqrt{\frac{0.4785}{9}} = 0.23''$$

Таблиця №10. Порівняльна таблиця істинних і зрівноважених сторін.

Назви сторін	S зрівн.	S іст.	ΔS мм
BC	2499,557	2499,558	-1
CD	3141.800	3141.798	+2
DE	1498.576	1498.578	-2
EF	1916.250	1916.248	+2
FG	1793.380	1793.385	-5
GH	1574.337	1574.338	-1
HI	1837.643	1837.642	+1
IA	2628.295	2628.294	+1
AB	2899.998	2900.000	-2
AC	3009.772	3009.772	0

Середня квадратична похибка визначення сторін.

$$m_S = \sqrt{\frac{[\Delta S^2]}{n}} = \sqrt{\frac{45}{10}} = 2.12 \text{ мм}$$

5. Розробка технології знімання контурів для забезпечення облікової одиниці площі

Аналітичним способом площі F розраховуються по координатам вершин X_i , Y_i за формулою

$$F = 0.5 \sum_{i=1}^n X_i (Y_{i+1} - Y_{i-1}), \quad (5.1)$$

де n - число вершин полігону;

i - поточна точка.

Диференціюючи (5.1) по незалежним змінним отримаємо

$$dF = 0.5 \sum_{i=1}^n [dX_i (Y_{i+1} - Y_{i-1}) + X_i (dy_{i+1} - dy_{i-1})]. \quad (5.2)$$

Таблиця №4. Коефіцієнти нормальних рівнянь.

	[a]	[b]	[c]	[d]	[e]	[f]	[g]	[h]	W	Σ	
[a]		0	1	-0.470	0	0	0	0	+0.12	+3.6500	
[b]			0	1	0	0	-0.8580	0	+0.43	+3.5720	
[c]				8	0	+0.5300	+4.1331	0	-2.7730	+0.49	+12.3800
[d]					10.3709	0	0	0	0	+0.300	+10.2009
[e]						90.6759	0	0	0	-2.000	+89.2059
[f]							46.4292	0	0	+3.000	+50.8622
[g]								3.1199	0	-1.600	+0.6619
[h]									43.6028	+0.600	+41.4299
K	-0.021198	+0.02893	-0.06986	-0.0298952	+0.022469	-0.000238	+0.520794	-0.018203			

Таблиця №5. Рішення нормальних рівнянь.

№	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆	K ₇	K ₈	W	Σ	Контр
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	3	0	1	-0.470	0	0	0	0	+0.12	+3.600	
2	-1	0	-0.3333	+0.1567	0	0	0	0	-0.0100	-1.2167	1,2166
3		3	1	0	0	0	-0.8580	0	+0.43	+3.572	
4		0	0	0	0	0	0	0	0	0	
5		3	1	0	0	0	-0.8580	0	+0.43	+3.572	
6		-1	-0.3333	0	0	0	+0.286	0	-0.1433	-1.1907	1,1906
7			8	0	+0.5300	+4.1330	0	-2.7730	+0.49	+12.3800	
8			-0.3333	+0.1567	0	0	0	0	-0.04	-1.2167	
9			-0.3333	0	0	0	+0.2860	0	-0.1433	-1.1907	
10			+4.3334	+0.1567	+0.5300	+4.1330	+0.2860	-2.7730	+0.3067	+9.9726	
11			-1	-0.02136	-0.07227	-0.56358	-0.03900	+0.37813	-0.04182	-1.35990	-1,35990
12				10.3709	0	0	0	0	+0.300	+10.2009	
13				-0.07365	0	0	0	0	+0.0188	+0.5718	
14				0	0	0	0	0	0	0	
15				-0.00335	-0.011324	-0.088313	-0.00611	+0.05925	-0.00655	-0.21310	
16				10.29390	-0.011324	-0.088313	-0.00611	+0.05925	+0.31225	+10.55960	
17				-1	+0.00110	+0.00858	+0.00059	-0.00576	-0.03033	-1.02581	-1,02582
18					90.6759	0	0	0	-2.0000	+89.2059	
19					0	0	0	0	0	0	
20					0	0	0	0	0	0	
21					-0.038303	-0.29870	-0.02067	+0.20041	-0.02216	-0.72075	
22					-0.00001	-0.00010	-0.00001	+0.00006	+0.00031	+0.01162	
23					+90.63759	-0.29879	-0.02068	+0.20047	-2.02182	+88.49667	
24					-1	+0.00330	+0.00023	-0.002212	+0.02231	-0.97638	-0,97638
25						46.4292	0	0	+0.300	+50.8622	
26						0	0	0	0	0	
27						-2.32928	-0.10119	+1.56281	-0.17284	-5.6204	

4. Оцінка точності. Порівняльний аналіз

Середня квадратична похибка одиниці ваги

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n}} = \sqrt{\frac{0.933}{18}} = 0.23''$$

Таблиця №8. Порівняльна таблиця зрівноважених і істинних координат пунктів.

Назви пунктів	X зрівн.	X іст.	X (мм)	Y зрівн.	Y іст.	Y (мм)
B	8295.424	8295.423	+1	7653.853	7653.851	+2
C	10728.129	10728.130	-1	7079.631	7079.632	-1
D	11969.899	11969.901	-2	9965.617	9965.615	+2
E	11563.908	11563.909	-1	11408.150	11408.150	0
F	10192.020	10192.022	-2	12746.036	12746.034	+2
G	8403.644	8403.641	+3	12879.908	12879.909	-1
H	7158.307	7158.306	+1	11916.750	11916.747	+3
I	7373.306	7373.307	-1	10091.728	10091.126	+2

Середня квадратична похибка визначення координат пунктів, розрахована по формулі Гауса

$$m_{x,y} = \sqrt{\frac{[\Delta x^2] + [\Delta y^2]}{n}} = \sqrt{\frac{49}{16}} = 1.75 \text{ мм}$$

Таблиця №9. Порівняльна характеристика істинних і зрівноважених дирекційних кутів.

Назви напрям.	α зрівн.	α іст.	Δα (сек.)
BC	346 ⁰ 43'07,90''	346 ⁰ 43'08,11''	-0.21
CD	66 ⁰ 43'08,30''	66 ⁰ 43'08,11''	+0.19
DE	105 ⁰ 43'08,13''	105 ⁰ 43'08,11''	+0.02
EF	135 ⁰ 43'08,20''	135 ⁰ 43'08,11''	+0.09
FG	175 ⁰ 43'08,49''	175 ⁰ 43'08,11''	+0.38
GH	217 ⁰ 43'07,64''	217 ⁰ 43'08,11''	-0.47
HI	276 ⁰ 43'07,97''	276 ⁰ 43'07,97''	-0.14
IA	358 ⁰ 00'00,07''	358 ⁰ 00'00,07''	+0.07
AB	234 ⁰ 00'00,00''	234 ⁰ 00'00,00''	0

Протокол №1. Розрахунку зрівноважених координат

№ п/п	Введення даних	Результат	Позначення
1	В/о С/П		
2	10000,000 с/п		X _A
3	10000,000 с/п		Y _A
4	2899,9973 с/п		S _{AB}
5	234 ⁰ 00'00,00"		α _{AB}
6		8295,424 с/п	X _B
7		7653,853 с/п	Y _B
8	2499,5573 с/п		S _{BC}
9	346 ⁰ 43'07,90" с/п		α _{BC}
10		10728,129 с/п	X _C
11		7079,631 с/п	Y _C
12	3141,8001 с/п		S _{CD}
13	66 ⁰ 43'08,30"		α _{CD}
14		11969,899 с/п	X _D
15		9965,617 с/п	Y _D
16	1498,5758 с/п		S _{DE}
17	105 ⁰ 43'08,10" с/п		α _{DE}
18		11563,908 с/п	X _E
19		11408,145 с/п	Y _E
20	1916,2500 с/п		S _{EF}
21	135 ⁰ 43'08,20"		α _{EF}
22		10192,020 с/п	X _F
23		12746,036 с/п	Y _F
24	1973,3796 с/п		S _{FG}
25	175 ⁰ 43'08,49" с/п		α _{FG}
26		8403,644 с/п	X _G
27		12879,908 с/п	Y _G
28	1574,3372 с/п		S _{GH}
29	217 ⁰ 43'07,64" с/п		α _{GH}
30		7158,307 с/п	X _H
31		11916,715 с/п	Y _H
32	1837,6431 с/п		S _{HI}
33	276 ⁰ 43'07,97" с/п		α _{HI}
34		7373,30 с/п	X _I
35		10091,728 с/п	Y _I
36	2628,2954 с/п		S _{IA}
37	358 ⁰ 00'00,07"		α _{IA}
38		10000,000 с/п	X ^A
39		10000,002	Y ^A

W_γ = 2 мм с похибкою вихідних даних.

Продовження таблиці №5. Рішення нормальних рівнянь.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
28						-0.00076	-0.00009	+0.00061	-0.00768	+0.09	
29						-0.00098	-0.00007	+0.00066	-0.00667	+0.29174	
30						+44.09818	-0.16131	+1.56398	+0.12317	+45.62409	
31						-1	+0.00366	-0.03547	-0.00279	-1.03460	-1.03460
32							3.1199	0	-1.600	-0.6619	
33							0	0	0	0	
34							-0.24539	0	+0.12295	+1.02162	
35							-0.01115	+0.10814	-0.01196	-0.38893	
36							-0.00300	+0.00004	+0.00018	+0.00627	
37							0	+0.00005	-0.00046	+0.02019	
38							-0.00059	+0.00572	+0.00045	+0.16692	
39							+2.86276	+0.11395	-1.48884	+1.48797	
40							-1	-0.03980	+0.52007	-0.51976	-0.51973
41								43.6029	+0.600	+41.4299	
42								0	0	0	
43								0	0	0	
44								-1.04855	+0.11597	+3.77100	
45								-0.00034	-0.00180	-0.06078	
46								-0.00044	+0.00447	-0.19547	
47								-0.05547	-0.00437	-1.61810	
48								-0.00454	+0.05926	-0.05923	
49								42.49356	+0.77353	+43.2670	
50								-1	-0.018203	-1.018203	-1.018203
51			-0.069865	-0.0298952	+0.022469	-0.000238	+0.520794	-0.018203			

Таблиця №6. Зрівноважені значення кутів і сторін.

№ трик.	Назви кутів	Виміряні значення Кутів	V'' (сек.)	Зрівноважені кути	Sin	Зрівноважені сторони	Контроль
1	A ₁	62°43'07,82''	+0.05	62°43'07,87''	0.88876812	2899.9973	3009.7719
	C ₁	50°00'00,12''	-0.09	50°00'00,03''	0.76604455	2499.5573	
	B ₁	67°16'52,18''	-0.08	67°16'52,10''	0.92241100	3009.7719	
2	A ₂			67°43'08,05''	0,92533486	3009.7719	
	C ₂	75°00'00,24''	0.02	75°00'00,22''	0,9652611	3141,8001	
	B ₂	37°16'51,54''	+0.19	37°16'51,73''	0,60572507	1970,1995	
3	A ₃	63°43'08,11''	-0.09	63°43'08,02''	0,89663249	1980,1995	2104,4461
	C ₃	42°59'59,96''	-0.10	42°59'59,86''	0,68199788	1498,5758	
	B ₃			73°16'52,12''	0,95772786	2104.4461	
4	A ₄			49°43'08,00''	0,76288154	2104.4461	
	C ₄	44°00'00,16''	-0,07	44°00'00,09''	0,69465372	1916,2500	
	B ₄	86°16'51,91''	0	86°16'51,91''	0,99789432	2752,7402	
5	A ₅	56°43'08,50''	0	56°43'08,50''	0,83598965	2752,7402	3292,7523
	C ₅	32°59'59,86''	-0.07	32°59'59,79''	0,54463819	1793,3796	
	B ₅			90°16'51,91''	0,99998798	3293.7523	
6	A ₆	71°43'08,47''	-0,81	71°43'07,66''	0,949528400	3292.7523	3427,7037
	C ₆	27°00'00,03''	-0.04	26°59'59,99''	0,45399043	1574,3372	
	B ₆	81°16'51,93''	+0.42	81°16'52,35''	0,98844421	3427.7034	
7	A ₇			98°43'07,90''	0,98844405	3427.7037	
	C ₇	32°00'00,16''	-0,07	32°00'00,09''	0,52991963	1837,6431	
	B ₇	49°16'52,07''	-0,06	49°16'52,01''	0,75791934	2628,2954	
8	A ₈	56°43'08,25''	-0,09	56°43'08,34''	0,8359823	2628,2954	2899,9973
	C ₈	55°59'59,95''	-0.03	55°59'59,93''	0,82903739	2606,4391	
	B ₈			67°16'51,73''	0,92241032	2899.9975	

Таблиця №7. Розрахунок зрівноважених координат.

Назви пунктів	Формули кутів	Зрівноважені кути	Дирекційні кути	Сторони	X	Y	
A			234°00'00,00''	2899.9973	10000.000	10000.000	A
B	-B ₁	67°16'52,10''	346°43'07,90''	2499.5573	8295.424	7653.853	B
C	-(A ₁ +B ₂)	99°59'59,60''	66°43'08,30''	3141.8001	10728.129	7079.631	C
D	-(A ₂ +B ₃)	141°00'00,17''	105°43'08,13''	1498.5758	11969.899	9965.617	D
E	-(A ₃ +B ₄)	149°59'59,93''	135°43'08,20''	1916.2500	11563.908	11408.150	E
F	-(A ₄ +B ₅)	139°59'59,71''	175°43'08,49''	1793.3796	10192.020	12746.036	F
G	-(A ₅ +B ₆)	138°00'00,85''	217°43'07,64''	1574.3372	8403.644	12879.908	G
H	-(A ₆ +B ₇)	120°59'59,67''	276°43'07,97''	1837.6431	7158.307	11916.750	H
I	-A ₇	98°43'07,90''	358°00'00,07''	2628.2954	7373.306	10091.728	I
A	+C ₈	55°59'59,93''	234°00'00,00''		10000.000	10000.002	A
B							B

Програма №1. Розрахунок прямокутних координат

ФПРГ	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
00	C _x	ХП1	ХП2	С/П	ХП1	С/П	ХП2	С/П	ХП3	С/П
10	K _{0///}	ХП4	F _{cos}	ПХ3	Х	ПХ1	+	ХП1	С/П	ПХ4
20	F _{SIN}	ПХ3	Х	ПХ2	+	ХП2	С/П	БП	07	ФАВТ